読めない文字，答えのみ，また問いの条件に従っていない解答は採点の対象外となる場合がある

$\boxed{1}$　（1 つ 2 点．計 20 点）

解答例：

「制御系設計において大切なのは制御対象の$\boxed{\mathrm{A}}$を得ることである．一般に，制御工学は$\boxed{\mathrm{F}}$を制御対象とするので，そのモデルは$\boxed{\mathrm{G}}$で記述される．$\boxed{\mathrm{G}}$のままではシステムの結合や入出力の関係などがわかりにくいので，$\boxed{\mathrm{J}}$して注目する変数の入力と$\boxed{\mathrm{N}}$の関係を表す$\boxed{\mathrm{O}}$を求め，制御系解析・設計を行う古典制御法が知られている．古典制御法は注目していない$\boxed{\mathrm{N}}$の変化の様子や特性を解析・設計することは難しい．そこで，制御対象の$\boxed{\mathrm{G}}$における変数を$\boxed{\mathrm{P}}$として表現する$\boxed{\mathrm{R}}$が知られている．この表現は変数間の関係を保存した表現であり，注目する変数が$\boxed{\mathrm{P}}$に含まれるため，すべての変数の様子が解析が可能である．システムの内部の様子も表現できるという意味で$\boxed{\mathrm{R}}$は$\boxed{\mathrm{V}}$と呼ばれれる．これに対して$\boxed{\mathrm{O}}$は$\boxed{\mathrm{V}}$と呼ばれれる.」

語句一覧

(A) 数学モデル, (B) 生物モデル, (C) 制御方法, (D) 統計学モデル, (E) 静的システム, (F) 動的システム, (G) 微分方程式, (H) 偏微分方程式, (I) 差分方程式, (J) ラプラス変換, (K) 古典制御法, (L) フーリエ変換, (M) 入力, (N) 出力, (O) 伝達関数, (P) 状態変数, (Q) 差分表現, (R) 状態空間表現, (S) 状態変数表現, (T) 外部表現, (U) 表面表現, (V) 内部表現

$\boxed{2}$　（20 点）

図 1 はみなさんが音楽を聴く際に利用する電磁スピーカー（スピーカー）の側面図である（図中の N, S は磁極の記号）．電気回路の部分はコイルと抵抗からなり，回路内を流れる電流 $i(t)$，インダクタンス L，抵抗 R，電気機械的定数 K とすると入力音声電圧 $e(t)$ に対してつぎの電圧平衡式が成り立つ．

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) + K\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} = e(t) \tag{1}$$

可動コイル＋振動板は機械システムとみなせ，振動板の変位を $z(t)$ とするとつぎの力平衡式が成り立つ．

$$m\frac{\mathrm{d}^2z(t)}{\mathrm{d}t^2} + c\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + kz(t) = Ki(t) \tag{2}$$

ここで右辺の $Ki(t)$ は磁気力として力の次元を持つ．

このとき，状態変数を $x_1(t) = i(t)$，$x_2(t) = z(t)$，$x_3(t) = \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}$ とおき，スピーカーシステムへの入力を $u(t) = e(t)$，振動板の変位 $z(t)$ をシステムの出力としたときの状態空間表現を求めよ．

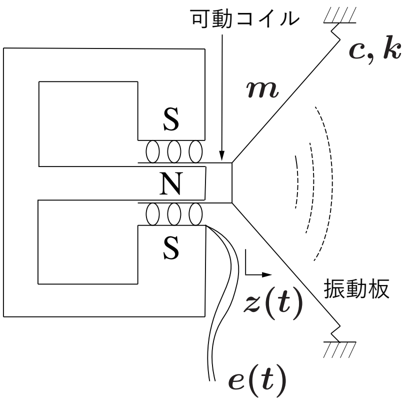

図 1: 電磁スピーカー

解答（式の書き換えまでで 5 点，状態空間方程式は 10 点，出力方程式は 5 点）

与えられた状態変数と入力の記号を使って，(1)，(2) 式を書き換えるとつぎとなる．

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= -\frac{R}{L}x_1(t) - \frac{K}{L}x_3(t) + \frac{1}{L}u(t)\\
\dot{x}_2(t) &= x_3(t)\\
\dot{x}_3(t) &= \frac{K}{m}x_1(t) - \frac{k}{m}x_2(t) - \frac{c}{m}x_3(t)
\end{aligned}
$$

よって状態空間表現はつぎとなる．

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{K}{L} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{K}{m} & -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}u(t)\\
y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3}
$$

$\boxed{3}$ （各 10 点．計 20 点）

$$
\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t)\\
y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)
\end{cases}
$$

(1) システムの極と可制御性行列を示したうえで可制御性を調べ，閉ループ極が $-5, -6$ となるように状態フィードバックゲインを設計せよ．

(2) システムの可観測性行列を示したうえで可観測性を調べ，状態オブザーバを設計せよ．オブザーバゲインは各自決めてよいが，選んだ根拠を示せ．

解答（各 10 点．計 20 点）

(1) システムの極は $-1, -4$ となる．可制御性行列は $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ となるので，システムは可制御となる．状態フィードバックゲインは $\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} 14 & 6 \end{bmatrix}$ となる．

(2) 可観測性行列は $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ となるので，システムは可観測となる．オブザーバの極は閉ループ極より左半平面に存在することが望ましいから，例えば $-9, -10$ と選んだ場合はオブザーバゲインは $\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} 29 \\ 14 \end{bmatrix}$ となる．オブザーバの極を $-8, -9$ と選んだ場合はオブザーバゲインは $\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} 22 \\ 12 \end{bmatrix}$ となる．

$\boxed{4}$ （20 点）

閉ループ系の極が $-4, -1$ である可制御な 2 次システムに対して，状態フィードバック則を適用して閉ループ系の安定化を行った結果，図 2 に示す応答を得た．図中の線はそれぞれ異なる位置に閉ループ極を配置した場合の応答を表している．

①, ②, ③に示す応答と，配置した閉ループ極の位置の関係について，複素平面の図に閉ループ極の位置を描いた上で，文章で説明せよ．

解答：説明 10 点，図 10 点

図 2 の応答を見ると，$x_1(t), x_2(t)$ のいずれも①, ②, ③の順に応答の振動が激しくなっている．これより①, ②, ③になるにつれ**閉ループ極の虚数部が大きな値となっている**ことがわかる．これを図示すると図 3 となる．

$\boxed{5}$ （(1), (2) は 5 点，(3) は 10 点．計 20 点）

つぎの問に答えよ．

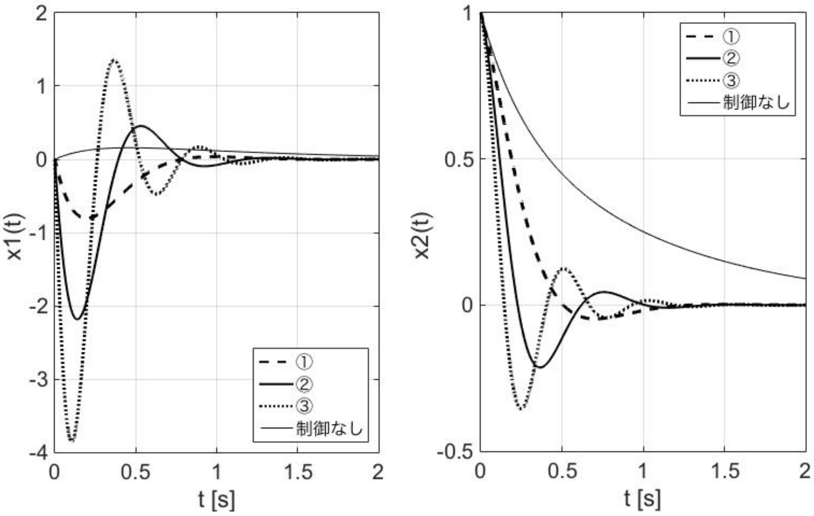

図 2: 2 次システムの状態フィードバック後の初期値応答

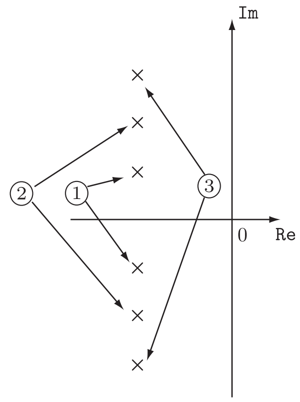

図 3: 極の分布の様子

(1) ステップ状の定値外乱が抑制可能な制御則を設計する場合，積分制御の項を付加するが，その項の役割について述べよ．

(2) 極配置法に比べて，評価関数を $\int_0^\infty (\boldsymbol{x}^\top(t)Q\boldsymbol{x}(t) + ru^2(t))\mathrm{d}t$ とする最適レギュレータの利点と問題点を述べよ．

(3) 折り返し法による最適レギュレータの設計は，どのような事が可能かを述べよ．

解答：

(1) 定値外乱による応答が生じる**定常偏差をゼロにする役割がある．応答の積分値を入力に加えることで，誤差がゼロになっても一定の入力値が加え続けられることとなり，定常偏差がゼロにできる**．

(2) **応答や入力のエネルギーなどを考慮することで制御性能と必要な入力の大きさのバランスを考えることができる．閉ループ系の安定性は保証される**一方，**閉ループ極を任意の位置に配置することができない**．

(3) **閉ループシステムの最適性を満足しつつ，折り返し線より右側にある極を，折り返し線を対称軸として，より左半平面に配置することができる**．