平成21年度佐賀大学理工学部機械システム工学科 中間試験解答

$\boxed{1}$ つぎの問いに答えよ．

(1) 制御とは何か？つぎの3つのキーワード（目的，対象，操作）を使って説明せよ．

(2) 自然界の法則に従ってある状態 $y(t)$ が変化する様子がつぎの微分方程式で表されるとき,「制御する」ということはどういうことかを説明せよ（つぎの数式をもとに説明すれば良い）．ここで a は負の値とする．

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = ay(t), y(0) = y_0 \neq 0$$

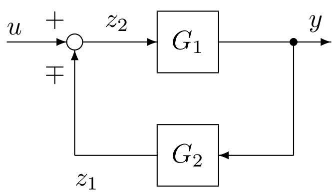
解答

(1) 対象の出力を目的通りに動かすために操作を加えること

(2) 入力 $u(t)$ を外部から加えて状態 $y(t)$ の変化の様子を変えるということ．数式で表すとつぎとなり，状態 $y(t)$ の変化の様子を変えることとなる．

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = ay(t) + u(t), y(0) = y_0 \neq 0$$

$\boxed{2}$ つぎの図のブロック線図において z_1, z_2 をそれぞれ数式で表し，u から y までの伝達関数を求め，さらにブロック線図で表せ．



解答

$$z_1 = G_2 y$$

$$z_2 = u \mp z_1 = u \mp G_2 y$$

ここで

$$y = G_1 z_2$$

だから

$$\begin{aligned} y &= G_1(u \mp G_2 y) \\ &= \frac{G_1}{1 \pm G_1 G_2} u \end{aligned}$$

$\boxed{3}$ つぎで与えられるシステムの状態空間表現を求めよ．

(1) $G(s) = \dfrac{3s^3 + 8s^2 + 4s + 7}{s^3 + 2s^2 + s + 2}$

(2) $G(s) = \dfrac{2s^2 + s + 3}{s^3 + 4s + 5}$

解答

(1)

$$G(s)=\frac{3s^3+8s^2+4s+7}{s^3+2s^2+s+2}=3+\frac{2s^2+s+1}{s^3+2s^2+s+2}$$

となるので $\dfrac{2s^2+s+1}{s^3+2s^2+s+2}$ の部分は

$$\frac{\mathrm{d}^3x_1}{\mathrm{d}t^3}+2\frac{\mathrm{d}^2x_1}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}+2x_1=u$$

$$y_1=2\frac{\mathrm{d}^2x_1}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}+x_1$$

となる．これより

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}=x_2,\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}=x_3$$

とおくと

$$\frac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t}=-2x_1-x_2-2x_3+u$$

となるので状態空間表現はつぎとなる．

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-2&-1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u\\y&=\begin{bmatrix}1&1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+3u\end{aligned}$$

(2)

$$G(s)=\frac{2s^2+s+3}{s^3+4s+5}$$

これより

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}=x_2,\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}=x_3$$

とおくと

$$\frac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t}=-5x_1-4x_2+u$$

となるので状態空間表現はつぎとなる．

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-5&-4&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u\\y&=\begin{bmatrix}3&1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}\end{aligned}$$

$\boxed{4}$ つぎで与えられる状態空間表現を $u(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数表現に変換せよ．ただしつぎの条件に従うこと．

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}&=\begin{bmatrix}-3&2\\2&-6\end{bmatrix}x(t)+bu(t)\\y(t)&=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}x(t)\end{cases}$$

(1) $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ の場合

(2) $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ の場合

解答まず

$$
\begin{aligned}
|sI - A| &= \begin{vmatrix} s+3 & -2 \\ -2 & s+6 \end{vmatrix} \\
&= s^2 + 9s + 14 \\
&= (s+2)(s+7)
\end{aligned}
$$

となる.

(1)

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+2)(s+7)} \begin{bmatrix} s+6 & 2 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \frac{2(s+7)}{(s+2)(s+7)} \\
&= \frac{2}{(s+2)}
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{(s+2)(s+7)} \begin{bmatrix} s+6 & 2 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \frac{2}{(s+2)(s+7)}
\end{aligned}
$$